

طراحی روش‌های نوین برای سؤالات المپیاد

نگین بابلی بهمنی

Neginbaboli49@gmail.com

استاد راهنما:

دکتر مریم زینالی

Mzeinaly@yahoo.com

چکیده

در این مقاله برآن شدیم تا با تکیه بر هوش خلاقیت و آموخته‌های دانش‌آموزان در طی دوره‌های متوسطه اول و دوم سؤالات المپیاد جهانی ای ام سی را با روش‌های جدید که اغلب مبتنی بر الگویی می‌باشند، حل کنیم.

واژگان کلیدی: آموزش ریاضی، فعالیت‌های خلاقانه ریاضی، خلاقیت در ریاضی، المپیاد

مقدمه :

این مقاله در ارتباط با طراحی روش‌های جدید برای سؤالات المپیاد می‌باشد و طی این مقاله بر آن شدیم که خلاقیت را در دانش آموختگان برانگیزیم و استعداد آن‌ها را شکوفا کنیم همچنین قصد داریم با استفاده بهینه از کتاب درسی توجه دانش آموزان به تمام مطالب کتاب جلب کرده و استفاده ناب‌ه جا از کتب کمک آموزشی را به حداقل ممکن رسانده باشیم.

خلاقیت در ریاضی که با عبارت خلاقیت ریاضی^۱ بیان می‌شود. اغلب یک پدیده ناشناخته محسوب می‌شود. یکی از دلایل این امر شاید عدم تمایل اکثر ریاضی دانان و اساتید ریاضی به توصیف و تحلیل فرآیندهای تفکر خود است که موجب خلق ایده‌های ریاضی می‌شود. سریرامان^۱ و همکاران^(۲۰۱۳)، وسل^(۲۰۱۴)، شارما^(۲۰۱۴) و اریکان^(۲۰۱۷) نیز بیان می‌کنند که پرورش خلاقیت در ریاضی باید یکی از مؤلفه‌های اصلی آموزش ریاضی در نظر گرفته شود.

سؤال المپیاد (Imc 2013) مرحله اول : فرض کنید a_n به این فرم تعریف شود:

$$a_n = 7^{7^{n-1}}$$

که تعداد ۷‌ها برابر n است. برای مثال $a_1=7$ است و $a_2=77$ ، رقم یکان $a_1+a_2+\dots+a_{1392}=?$ چند است؟

- ☐ ۹-۵ ☐ ۵-۴ ☐ ۴-۳ ☐ ۳-۲ ☒ ۰-۱

$$a_1+a_2=?$$

$$7^1+7^1=7+(49 \times 49 \times 49 \times 7)=823550$$

بنابراین رقم یکان هر دو عدد متوالی صفر می‌شود و چون ۱۳۹۲ عددی زوج می‌باشد در آن ۶۹۶ زوج متوالی وجود دارد و از آن‌جا که رقم یکان تمامی این زوج‌ها صفر می‌باشد بنابراین رقم یکان مجموع این ۶۹۶ زوج هم صفر می‌شود.

سؤال) تعداد اعداد طبیعی کمتر از ۱۰,۰۰۰، که جمع ارقامشان مضرب ۴ است چند است؟

- ☐ ۲۴۹۰-۱
☒ ۲۴۹۸-۲
☐ ۲۵۱۲-۳
☐ ۲۵۱۸-۴
☐ ۲۶۲۰-۵

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳
	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰					

۲۱	(۲۲)	۲۳	۲۴	۲۵	(۲۶)	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰	(۳۱)	۳۲	۳۳
	۳۴	(۳۵)	۳۶	۳۷	۳۸	(۳۹)	(۴۰)					
۴۱	۴۲	۴۳	(۴۴)	۴۵	۴۶	۴۷	(۴۸)	۴۹	۵۰	۵۱	۵۲	(۵۳)
	۵۴	۵۵	۵۶	(۵۷)	۵۸	۵۹	۶۰					
۶۱	(۶۲)	۶۳	۶۴	۶۵	(۶۶)	۶۷	۶۸	۶۹	۷۰	(۷۱)	۷۲	۷۳
	۷۴	(۷۵)	۷۶	۷۷	۷۸	(۷۹)	(۸۰)					

طبق الگو: در هر دسته ۲۰ تایی از اعداد یک در میان ۴ و ۶ عدد وجود دارد که مجموع ارقامشان مضرب ۴ است. بنابراین داریم: دسته ۲۰ تایی $\rightarrow 500 = \frac{10000}{20}$.

از این ۵۰۰ دسته دقیقاً ۲۵۰ دسته ۲۰ تایی وجود دارد که ۴ عدد از آن‌ها مجموعشان مضرب ۴ است و همچنین ۲۵۰ دسته ۲۰ تایی وجود دارد که ۶ عدد از آن‌ها مجموعشان (مجموع ارقامشان) مضرب ۴ است. بنابراین داریم:

$$250 \times 4 = 1000$$

$$250 \times 6 = 1500 \rightarrow 1000 + 1500 = 2500$$

اما چون ۴ و ۸ یک رقمی هستند و رقم دیگری ندارند که بتوانند با آن جمع بسته شوند تا مجموع ارقامشان مضرب ۴ شود باید آن‌ها (۴ و ۸) را این عدد ۲۵۰۰ کم کرد.

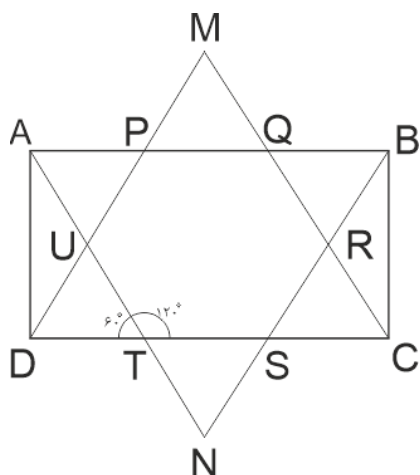
$$2500 - 2 = 2498$$

نکته: چون در سؤال اعدادی درخواست شده که مجموع ارقامشان مضرب ۴ باشد پس باید از اعداد دو رقمی شروع کرد و این اعداد را پیدا کرد.

نکته راه حل: برای این که الگویابی دقیق باشد ابتدا ۴ و ۸ را هم به عنوان چنین اعدادی در نظر می‌گیریم و در پایان که با الگویابی تمام این اعداد یافت شدند، ۴ و ۸ را از تعداد کل اعداد مورد نظر کم می‌کنیم.

نکته: چرا ۱۰,۰۰۰ را جز اعداد در نظر گرفتیم؟ به دلیل این که سوال اعداد کمتر از ۱۰,۰۰۰ را خواسته بود. ۱۰,۰۰۰ مجموع ارقامش مضرب ۴ نیست پس خواه یا ناخواه جز اعداد مورد نظر سؤال نمی‌باشد، بنابراین می‌توانیم برای این که بدانیم چند دسته ۲۰ تایی دقیق، در آن وجود دارد، ۱۰,۰۰۰ را هم در نظر گرفت.

سؤال) اگر مستطیل ABCD را داشته باشیم، $AB = 66\sqrt{3}$ و $BC = 33\sqrt{3}$ و مثلث های $\triangle MDC$ و $\triangle ABN$ متساوی‌الاضلاع باشد و S_6 مساحت ۶ ضلعی PQRSTU باشد و S_4 برابر مساحت مستطیل باشد، مقدار $\left[\frac{10S_6}{S_4}\right]$ چند است؟ (منظور از [] جز صحیح است).



$\widehat{D}=60$ چون زاویه داخلی ۶ ضلعی است
 $T_1 + T_2 = 180 \rightarrow T_1 = 120$

بنابراین $U_1=60$ و U_2 چون متقابل به رأس است ۶۰ و از آن جا که $\widehat{A}=60$

قسمت ۱: چون ΔABN متساوی الاضلاع است پس $\widehat{P}_1=60$. بنابراین نتیجه می گیریم که مثلث های ΔAUP و ΔDTU متساوی الاضلاع می باشند، و به همین ترتیب اثبات می کنیم دو مثلث ΔRBQ و ΔSRC نیز متساوی الاضلاع می باشند. از طرفی داریم:

متساوی الاضلاع $QR = RB = QB = X \rightarrow$

چون در شش ضلعی منتظم تمامی اضلاع با هم برابرند. $QR = AQ = PU = UT = TS = SR = X \rightarrow$

با توجه به قسمت ۱ به این نتیجه می رسیم که ۶ ضلعی منتظم است:

$$\rightarrow \frac{MP}{MD} = \frac{PQ}{DC} \rightarrow \frac{1}{3} = \frac{22\sqrt{3}}{66\sqrt{3}} \rightarrow 22\sqrt{3} = PQ = X \rightarrow$$

طبق قضیه تالس

۶ ضلعی منتظم از شش مثلث متساوی الاضلاع تشکیل شده است.

$$S_6 = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} (\text{ضلع})^2$$

$$S_6 = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{4} (22 \times \sqrt{3})^2 = 2178\sqrt{3}$$

$$S_4 = 33\sqrt{3} \times 66\sqrt{3} = 6538 \rightarrow \left[\frac{10 \times S_6}{S_4} \right] = \left[\frac{21780\sqrt{3}}{6538} \right] = \left[\frac{37026}{6538} \right] = 5$$

○ ۴ - ۱

⊙ ۵ - ۲

○ ۶ - ۳

○ ۷ - ۴

○ ۸ - ۵

سؤال: عدد 2^{1000} چند رقمی است؟

○ ۳۰۱ (۱)

⊙ ۳۰۲ (۲)

○ ۳۰۴ (۳)

○ ۳۰۵ (۴)

○ ۳۰۶ (۵)

چون 2^{1000} نمایی است پس از $\log$ استفاده می کنیم.

$$\log_{10}^{2^{1000}} = 1000 \log_{10}^2 = 1000 \times (0 / 301029) = 301 / 029$$

بنابراین تقریباً عدد حاصل ۳۰۲ رقمی است.

سؤال: به عددی مقلوب می گوئیم که اگر از راست به چپ خوانده شود با آن عدد برابر باشد مثلاً ۱۳۲۳۱ مقلوب است. عددی خوب است که مقلوب مربع کامل باشد. کدام گزاره راجع به اعداد خوب درست است؟

(۱) حتماً باید مضرب ۱۱ باشد.

(۲) حتماً باید توانی از ۱۱ باشد.

(۳) تعدادشان متناهی است.

(۴) حداکثر از ۳ رقم تشکیل شده است.

(۵) هیچکدام.

مثال نقض گزینه ۱: $111 \times 111 = 12321$ که مضرب ۱۱ نیست.

مثال نقض گزینه ۲: $111 \times 111 = 12321$ که توانی از ۱۱ نیست

مثال نقض گزینه ۳:

$$11 \times 11 = 121$$

$$22 \times 22 = 484$$

⋮

$$111 \times 111 = 12321$$

⋮

$$1111 \times 1111 = 1234321$$

⋮

پس نامتناهی است.

مثال نقض گزینه ۴: $111 \times 111 = 12321$ که از ۵ رقم تشکیل شده است در نتیجه هیچکدام جواب صحیح می باشد.

سؤال: اگر $x, y, z \in R$ باشد به طوری که $x, y, z \in [-3, 7]$ باشند و $x + y + z = 3$ باشد، ماکسیمم عبارت

$$x^4 + y^4 + z^4 = ? \text{ چند خواهد بود؟}$$

☐ ۲۲۴۳ (۱)

☐ ۲۳۵۴ (۲)

☐ ۲۵۴۳ (۳)

☐ ۲۶۵۷ (۴)

☒ هیچکدام (۵)

نکته: چون تمام اعداد به توان ۴ رسیده اند، مهم نیست کدام مجهول را عدد بگیریم.

آزمایش: آزمون و خطا:

$$7 - 3 - 1 = 3$$

$$x^4 + y^4 + z^4 = 2401 + 81 + 1 = 2483 \rightarrow \text{در گزینه ها نیست}$$

$$7 - 2 - 2 = 2401 + 16 + 16 = 2433 \rightarrow \text{در گزینه ها نیست}$$

$$6 - 3 + 0 = 1296 + 81 + 0 = 1377 \rightarrow \text{در گزینه ها نیست}$$

$$6 - 2 - 1 = 1296 + 16 + 1 = 1313 \rightarrow \text{در گزینه ها نیست}$$

با توجه به بازه عددی که داده شده، پس از اعداد ۶ و ۷ توان چهارم هیچ کدام از این اعداد، ۴ رقمی نمی تواند باشد. بعلاوه پس از دو عدد مذکور (۷ و ۶) توان چهارم هر کدام از اعداد بازه از ۶۳۰ کمتر است و در نتیجه مجموع آن ها از ۴ عددی که در گزینه ها گفته شده کمتر می باشد بنابراین پاسخ سؤال گزینه ۵ می باشد یعنی هیچکدام پاسخ سؤال است.

نتیجه :

بنا به روش های ارائه شده اکثریت سوالات دشوار آزمون های المپیاد و دیگر آزمون ها با تکیه بر مطالب آموخته شده در دیگر پایه های تحصیلی توسط دانش آموزان قابل حل بوده و این باور که دانش آموز را به کتب بیش از حد برای آموختن مطالب غیر ضرور برای شرکت در این آزمون ها عادت داده بسیار اشتباه بوده و مانع پرورش استعداد و خلاقیت فراگیران می شود. بنابراین سعی کنیم با نهایت استفاده درست از کتب درسی و هوش دانش آموزان

خلاقیت را در آن‌ها برانگیخته و عاملی برای شکوفایی استعدادهای ناشناخته باشیم. امید است که بتوانیم فردایی زیباتر برای ایران عزیزمان رقم بزنیم.

منابع:

ریاضی(۱)، پایه دهم دوره متوسطه-سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی، ۱۳۹۵

هندسه(۱)، پایه دهم دوره متوسطه-سازمان پژوهش و برنامه ریزی آموزشی، ۱۳۹۵